301 - Leçon - Notion de fonction

I. C'EST QUOI UNE FONCTION ?

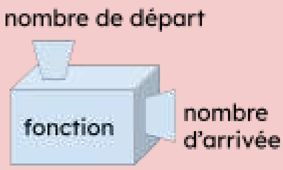
La courbe ci-contre donne l'altitude en m en fonction de la distance parcourue en km.

Ici on ne connaît pas la relation algébrique (formule qui permet de déterminer l'altitude en fonction de la distance parcourue) qui relie ces deux grandeurs mais on pourrait construire un tableau de valeurs !

Quand deux grandeurs mesurables dépendent l'une de l'autre, on dit que l'une est fonction de l'autre. Dans ce cas, on peut :

- Trouver une relation algébrique qui permet de passer d'une grandeur à l'autre ;
- Tracer une courbe qui relie ces deux grandeurs ;
- Construire un tableau de valeurs qui associe les nombres des deux grandeurs

Définition : Une fonction est un processus qui permet, à partir d'un nombre de départ, d'obtenir un **unique** nombre d'arrivée.



Exemple : Voici une boîte qui représente une fonction.

- 0 → 3 × 0 + 5 = 5
- 1 → 3 × ... + 5 = ...
- 2 → 3 × ... + 5 = ...
- 10 → 3 × ... + 5 = ...
- -10 → 3 × ...... + 5 = ...
- $x \to 3 \times x + 5 = 3x + 5$

- 0 → 5
- 1 → ...
- 2 → ...
- 10→ ...
- -10 → ...
- $x \to 3x + 5$

- f(0) = 5

la fonction f qui associe à un nombre son triple augmenté de 5 peut être notée :

$f : x \mapsto 3x + 5$
se lit
« la fonction f qui à x associe $3x + 5$ »

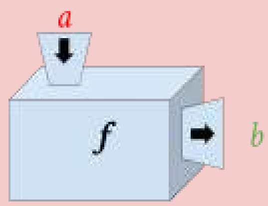
ou

$f(x) = 3x + 5$
se lit
« f de x égal $3x + 5$ »

II. DÉTERMINER L'IMAGE

Pour déterminer l'image d'un nombre, il faut déterminer le nombre d'arrivée !

Définition : Par une fonction f, lorsqu'au nombre de départ a, on fait correspondre le nombre b, on dit que b est l'image de a par la fonction f.



On le note de deux façons différentes mais qui signifient la même chose :

- ❑ $f : a \rightarrow b$ *(lire : f qui à a associe b)*
- ❑ $f(a) = b$ *(lire : f de a égal b)*

Exemple : Pour déterminer l'image de 2 …

- f : 2 → 2 × 3 + 5 = 6 + 5 = 11 on dit que 11 est l'image de 2 par la fonction *f*.
  On écrira f : 2 → 11 ou f(2) = 11

A vous de calculer :

- f (7) =
- f (13) =

Méthode : Pour déterminer l'image d'un nombre par une fonction définie par une formule en x, il suffit de remplacer x par ce nombre.

Conclusion : pour déterminer l'image …

À partir de l'expression algébrique d'une fonction, on peut **calculer l'image** d'un nombre donné.

Exemple

$f : x \mapsto 2x + 5$
L'image de 3 par f est 11 car :
$f(3) = 2 \times 3 + 5 = 6 + 5 = 11$

À partir d'un tableau de valeurs d'une fonction, on peut **lire l'image** d'un nombre donné.

Exemple

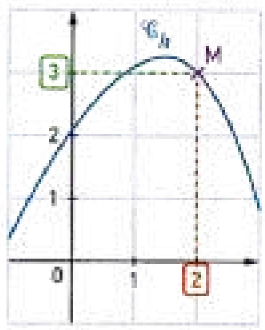
x	-5	-1	1
$g(x)$	3	5	-1

L'image de -1 par g est 5.
$g(-1) = 5$

À partir de la représentation graphique d'une fonction, on peut **lire l'image** d'un nombre donné.

Exemple

L'image de 2 par h est 3.
$h(2) = 3$



III. DÉTERMINER UN ANTÉCÉDENT

Définition : Par une fonction f, lorsqu'au nombre de départ a, on fait correspondre le nombre b, on dit que a est un antécédent de b par la fonction f.
Remarque : Un nombre peut avoir plusieurs antécédents par une fonction.

Donc pour déterminer un antécédent d'un nombre, il faut retrouver le nombre de départ !

Reprenons la fonction f : x → 3x + 5 et cherchons un antécédent de 32.

➔ on peut “remonter” la machine à l’envers

- 32 - 5 = 27
- 27 : 3 = 9

f (9) = 32 donc 9 est un antécédent de 32 par la fonction f

➔ on peut se poser la question pour quelle valeur de x, f(x) = 32 ; cela revient à résoudre :

- 3x + 5 = 32
- 3x + 5 - 5 = 32 - 5
- 3x = 27
- x = 27/3 = 9

f (9) = 32 donc 9 est un antécédent de 32 par la fonction f

A vous de déterminer un antécédent de 11 :

Si *f* : … → 11, alors … est un antécédent de 11 par la fonction *f.*

- 11 - 5 = …
- … : 3 = …

Compléter pour déterminer les antécédents de 35 et de 2 par f :

Si *f* : … → 35, alors … est un antécédent de 35 par la fonction *f.*

Si *f* : … → 2, alors … est un antécédent de 2 par la fonction *f.*

Conclusion : pour déterminer un antécédent …

À partir de l’expression algébrique d’une fonction, on peut vérifier si un nombre est un antécédent d’un nombre donné.

Exemple

$f : x \mapsto 2x + 5$

7,5 est un antécédent de 20 par *f* car :

$f(7,5) = 2 \times 7,5 + 5$

$= 20.$

À partir d’un tableau de valeurs d’une fonction, on peut lire un ou des antécédents d’un nombre donné.

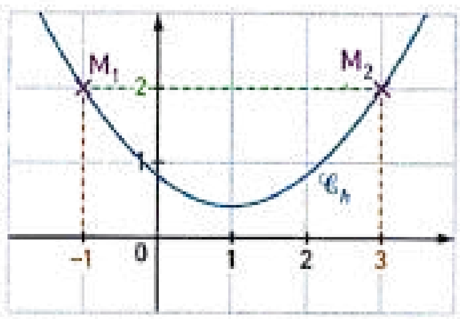
Exemple

x	-5	-1	1
$g(x)$	3	5	-1

Un antécédent de -1 par g est 1.

À partir de la représentation graphique d’une fonction, on peut lire un ou des antécédents d’un nombre donné.

Exemple



Des antécédents de 2 par h sont -1 et 3.